

氏 名	中村 宜文
学 位 の 種 類	博士 (理学)
学 位 記 番 号	博甲第 749 号
学位授与の日付	平成 17 年 3 月 31 日
学位授与の要件	課程博士 (学位規則第 4 条第 1 項)
学位授与の題目	$N_f=2$ QCD における有限温度相転移
論文審査委員 (主査)	鈴木 恒雄 (総合メディア基盤センター・教授)
論文審査委員 (副査)	久保 治輔 (自然科学研究科・教授), 青木 健一 (自然科学研究科・教授), 末松 大二郎 (自然科学研究科・助教授), 寺尾 治彦 (自然科学研究科・助教授)

In order to obtain predictions for the real world from lattice QCD, we have to extrapolate the lattice data to the continuum and to the chiral limits. Recently the Bielefeld group and the CP-PACS collaboration using different fermion actions obtained consistent values for the critical temperature  $T_c$  in the chiral limit, albeit on rather coarse lattices at  $N_t = 4$  and 6. Edwards and Heller determined  $T_c$  for  $N_t = 4, 6$  using nonperturbatively improved Wilson fermions. We compute  $T_c$  on finer lattices with  $N_t = 8$  and 10 with high statistics. We use non-perturbatively improved Wilson fermions and Wilson action. Configurations are generated on  $16^3 \times 8$  ( $\beta = 5.2$  and 5.25) and  $24^3 \times 10$  ( $\beta = 5.2$ ) lattices at various  $\kappa$ . We use results obtained at  $T=0$  to fix the scale. Polyakov loop susceptibility was used to determine the transition point. At small enough lattice spacing and quark mass one can extrapolate the critical temperature  $T_c$  to the continuum and the chiral limits using formula:

$$T_c r_0 = T_c^{m_q, a \rightarrow 0} r_0 + C_a \left( \frac{a}{r_0} \right)^2 + C_q \left( \frac{1}{\kappa} - \frac{1}{\kappa_c} \right)^{\frac{1}{\beta\delta}},$$

where  $T_c^{m_q, a \rightarrow 0}$  corresponds to the extrapolated value of the critical temperature and  $\beta$  and  $\delta$  are critical indices. We extrapolate the value of the critical temperature using different values of 0.54 and 1 as  $1/\beta\delta$ . If the transition in two-flavor QCD is second order, the transition is expected to belong to the universality class of the 3D  $O(4)$  spin model with  $1/\beta\delta \approx 0.54$ . If the transition is first order, then  $1/\beta\delta=1$ . Table 4 presents fitting results. We get the critical temperature in the continuum and in the chiral limits. In the case of  $1/\beta\delta=0.54$ ,  $T_c^{m_q, a \rightarrow 0} = 174(8)\text{MeV}$ , This value agrees with values obtained in other studies. In the case of  $1/\beta\delta=1$ ,  $T_c^{m_q, a \rightarrow 0} = 201(12)\text{MeV}$ , Although some lattice studies indicate second order chiral transition in two-flavor QCD, there are also results supporting first order transition. Results of our fits do not allow to discriminate between first and second order transitions because of rather large errors in  $T_c r_0$  values. We are continuing simulations on  $24^3 \times 10$  lattice to get better precision of  $T_c$  value on this lattice.

## 学位論文要旨

格子 QCD から現実の世界を予測するためには、連続極限とカイラル極限をとらなければならない。最近、Bielefeld のグループと CP-PACS コラボレーションは異なったタイプのフェルオンを使って、時間方向のサイズが 4 の 2 フレーバーのクォークの寄与を考慮した ( $N_f = 2$  Full QCD) シミュレーションを行い、カイラル極限における有限温度相転移の臨界温度を求めた。また、Edwards と

Heller も、非摂動的に改良されたフェルミオン作用を使って、臨界温度を求めた。

しかし、これからのシミュレーションは時間方向のサイズが小さく連続極限から遠い。そこで、本論文では、 $N_f = 2$  Full QCD の閉じこめ非閉じこめ相転移の臨界温度の連続極限とカイラル極限を決定することを目的とする。Full QCD のコンフィギュレーション (configuration) はグルーオン場としてウィルソン作用 (Wilson Action)、クォーク場としてブレイバー数 2 のクローバー作用 (Wilson+nonperturbatively O(a)improver clover fermion) で発生させる。オーダーパラメーターとしてはポリアコフループを使う。

ゲージ作用として通常のウィルソン作用、フェルミオンの作用としてクローバー作用を用いた。 $c_{SW}$  に関しては非摂動的に決めたものを使った。コンフィギュレーションは  $16^3 \times 8$  の  $\beta = 5.2$  と  $\beta = 5.25$   $24^3 \times 10$  の  $\beta = 5.2$  で生成した。 $16^3 \times 8$  の  $\beta = 5.2$  では  $\kappa = 0.1330 - -0.1360$ 、 $16^3 \times 8$  の  $\beta = 5.25$  では  $\kappa = 0.1330 - -0.1350$ 、 $24^3 \times 10$  の  $\beta = 5.2$  では  $\kappa = 0.1348 - -0.1360$  の間で  $\kappa$  を変えて調べた。非摂動的に決めた  $c_{SW}$  は  $\beta \geq 5.2$  でなければならない。ウィルソンゲージ+クローバー作用では、 $\kappa$  同じならば  $\beta$  が小さい方がクォークの質量が小さくなるという利点がある。

今回の計算では、 $\beta$  を固定して、 $\kappa$  を変えていくという方法をとった。したがって、インジケイターを計算するとそれぞれのサイズごとの  $\beta$  で  $\kappa$  の臨界点が求められる。

このほかにクォークの質量を固定して、温度を変えていく方法も考えられる。 $\beta$  と  $\kappa$  をうまくコントロールしてやることで原理的には可能である。そのためには、温度を求めるための格子間隔とクォークの質量をゼロ温度のシミュレーションできちんと調べる必要がある。いくつかの  $\beta$  と  $\kappa$  でゼロ温度のシミュレーションを行えば、フィッティング関数から他の  $\beta$ 、 $\kappa$  でのクォークの質量と格子間隔が大体分かる。新しい  $\beta$ 、 $\kappa$  のシミュレーションでフィッティング関数の係数が変わることがあり、質量や温度が変わることがあるので、一般的にはやられていない。最終的に臨界温度の連続極限カイラル極限を求めるために必要なのは、擬臨界温度での格子間隔とクォーク質量であるので、その時の  $\beta$  と  $\kappa$  がさえ分かればよい。

1 トラジェクトリーあたりの  $\tau$  は  $16^3 \times 8$  は 0.25 で、 $24^3 \times 10$  は 0.5 とした。最近  $\tau = 0.5$  を使うグループもいくつかあるが通常は  $\tau = 1.0$  が使われる。 $\tau = 0.25$  はかなり小さいが、特に問題はない。メトロポリス法のアクセプトの比率は約 70 % になるように  $\delta\tau$  を調節した。 $\tau$  を固定した場合、 $N_\tau = \tau/\delta\tau$  を大きくするとアクセプトされる確率が上がる。しかし、ハイブリットモンテカルカルロの計算時間は  $N_\tau$  に比例するので、アクセプトの比率ができるだけ高く、 $N_\tau$  ができるだけ小さい、70 % に設定される。 $\beta$ 、 $\kappa$  の値を物理的な量に直すために、UKQCD-QCDSF のゼロ温度のシミュレーションで決定されたスケールを用いる。

まず、ポリアコフループを各サイズ、 $\beta$  で測定した。図 (1,2) の上の図からわかるように  $Z_3$  対称性が破れているため、閉じこめ相 ( $\kappa$  が小さいところ) でもポリアコフループの値がゼロではない。 $\beta = 5.25$  では  $\kappa$  を上げていくと、 $\kappa = 0.1341$  付近でポリアコフループの値が一時的に下がっていることが分かる。 $\beta = 5.2$  でも若干その傾向がみられる。この現象は Edwards と Heller が小さい格子サイズで調べた時にも見られた。

次にポリアコフループのサセプティビリティを測定した (1, 2 の下の図)。サセプティビリティのピークの位置を決めるために相転移近傍のサセプティビリティをのフィッティング関数

$$\chi^{\text{fit}}(\kappa) = \frac{C_1}{(C_2 + (\kappa - \kappa_t)^2)^\nu},$$

でフィットした。 $C_{1,2}$ 、 $\kappa_t$ 、 $\nu$  フィットのパラメーターである。図 (1(下)) の点線はフィットの結果である。しかし、 $\beta = 5.2$  では実際のピークの位置とフィットで得られたピークの位置が大きくずれて、 $24^3 \times 10$  では  $\chi^2$  とでも大きくなった。

そのため、実際のピークの位置の  $\kappa$  を擬結合定数として採用し、誤差を隣の測定値までの差とし

た。擬臨界結合定数  $\kappa_t$ 、 $\beta$ 、時間方向のサイズ  $L_t$  をゼロ温度で得られたスケールを用いて温度に直すと、 $m_\pi/m_\rho$  と  $a/r_0$  の関数である擬臨界温度  $T_c = 196(4)\text{MeV}$  ( $m_\pi/m_\rho = 0.64(3)$ ,  $a/r_0 = 0.201(4)$ )、 $T_c = 210(4)\text{MeV}$  ( $m_\pi/m_\rho = 0.77(3)$ ,  $a/r_0 = 0.234(4)$ )、 $T_c = 219(3)\text{MeV}$  ( $m_\pi/m_\rho = 0.81(4)$ ,  $a/r_0 = 0.225(4)$ ) が得られる。

十分格子間隔が小さく、クォークの質量が小さい時は以下の式を使って擬臨界温度を連続極限とカイラル極限に外挿することができる。

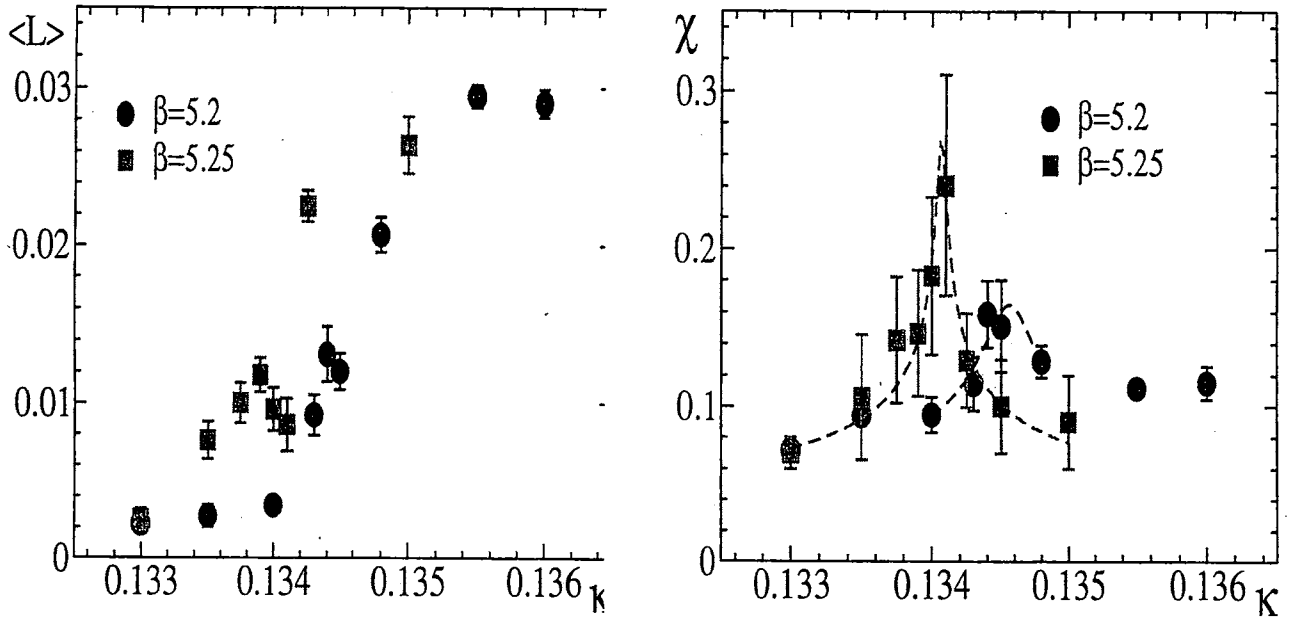


図 1:  $16^3 \times 8$  格子のポリヤコフープ (上) とそのサセプティビリティ (下)

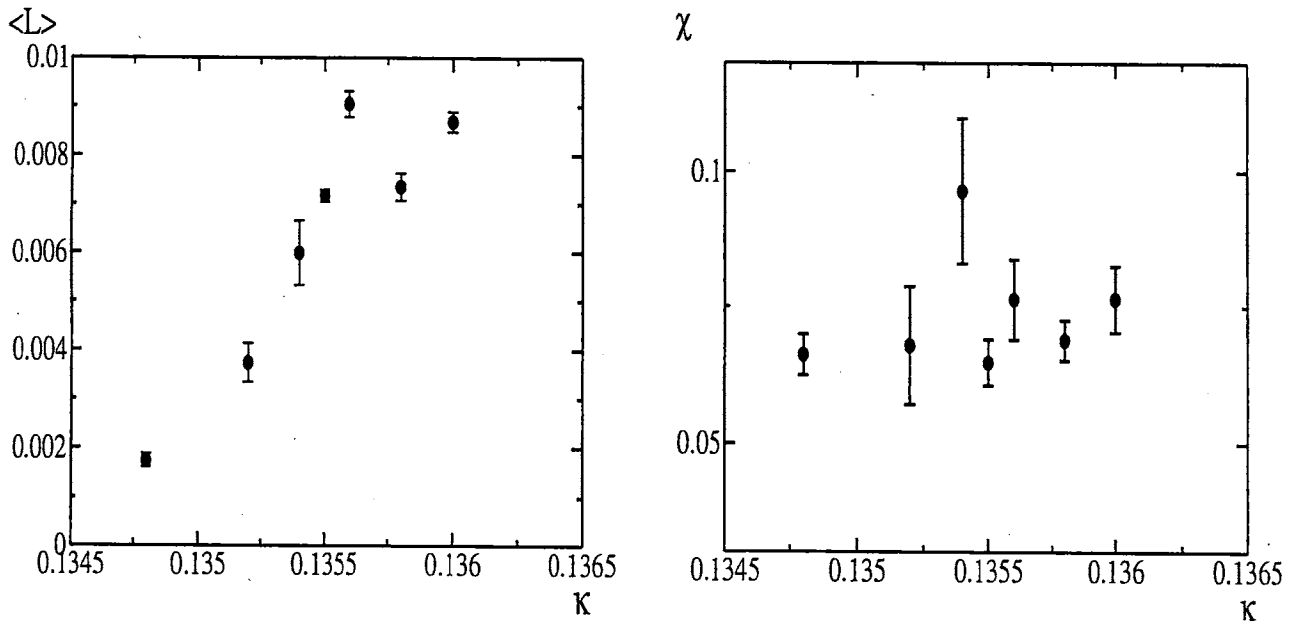


図 2:  $24^3 \times 10$  格子のポリヤコフープ (上) とそのサセプティビリティ (下)

$$T_c r_0 = T_c^{m_q, a \rightarrow 0} r_0 + C_a \left( \frac{a}{r_0} \right)^2 + C_q \left( \frac{1}{\kappa_t} - \frac{1}{\kappa_c} \right)^{\frac{1}{\beta \delta}},$$

ここで、 $T_c^{m_q, a \rightarrow 0}$  は臨界温度であり、 $\beta$  と  $\delta$  は、臨界指数である。 $C_a$  と  $C_q$  はフィットのパラメーターである。また  $r_0 = 0.5 \text{ fm}$  である。 $\kappa_c$  はある  $\beta$  が与えられた時のカイラル極限での  $\kappa$  の値である。第2項目と第3項目はそれぞれ、格子間隔、クォーク質量の主要な項である。ウィルソンフェルミオン作用は  $O(a)$  の誤差をもつが、改良作用であるクローバー作用を用いることでウィルソンゲージ作用と同じ  $O(a^2)$  の誤差になる。

$L_t = 8$  の  $\beta = 5.2$  と  $\beta = 5.25$ ,  $L_t = 10$  の  $\beta = 5.2$ 、Edwards と Heller によって調べられた  $L_t = 6$  の  $\beta = 5.2$  の4点でフィットを行う。

$\frac{1}{\beta \delta}$	$T_c r_0$	$C_a$	$C_q$	$\chi^2/dof$	order
0.54	0.44(2)	-0.9(5)	0.5(1)	0.26	2nd
1	0.51(3)	-1.3(7)	0.9(2)	0.13	1st

Table 1: フィットの結果

もし相転移が2次相転移であれば、2フレーバー QCD は、3次元の  $O(4)$  スピンモデルと同じユニバーサリティクラスに属するので、 $1/\beta \delta$  は約 0.54 である。もし相転移が1次相転移であればその値は1である。

Table 1 にフィットの結果を示した。

得られた結果を温度に直すと、2次相転移を仮定した場合には、 $T_c^{m_q, a \rightarrow 0} = 174(8) \text{ MeV}$  となり、他のグループのカイラル極限のみを取った値と近い値であった。1次相転移を仮定した場合には、 $T_c^{m_q, a \rightarrow 0} = 201(12) \text{ MeV}$  となった。

現時点で相転移の次数を決めることはできないので、臨界温度を決定することはできない。しかし、さらにデータをとれば  $\chi^2$  から相転移の次数を決めることができるはずである。

## 学位論文審査結果の要旨

本審査委員会は、審査の結果、上記学位論文に関して以下のように判定した。

本論文は、格子上で定式化された場の量子論をモンテカルロシミュレーション法で解析するという手法で、軽いクォークの効果を取り入れた「full QCD での有限温度系での相転移機構」を議論している。この論文は軽いクォークの入った full QCD での有限温度系で極めて長時間の大変困難な計算機シミュレーションを行い、以下のような興味ある結果を得た。

1) 時間方向が8の  $16^3 \times 8$  と時間方向が10の  $24^3 \times 10$  の2種類の格子空間で、且つ  $O(a)$  改良されたウィルソンクォーク作用を用いて、世界で初めて閉じ込め、非閉じ込め転移の臨界温度を決定した。

2) クォーク質量が十分小さくない場合 (パイオンと  $\rho$  中間子の質量比が  $m_\pi/m_\rho \geq 0.4$  の場合)、軽いクォークのないクエンチ近似での結果のような、可換成分が主要な効果を与えるというアーベリアンドミナンスやモノポール成分が主要になるというモノポールドミナンスが観測されることを確認した。

3) 簡単な外挿公式を仮定して、クォーク質量がゼロのカイラル極限と格子間隔ゼロの連続極限での転移温度を、相転移次数に関する仮定があるが、初めて高い精度で決定した。両方の極限を調べた結果は初めてで、実験的にも重要な結果である。

以上の結果は、いずれも世界初で、特に1)と3)の結果は大変興味ある重要な結果である。

以上の点から委員会は本論文が博士論文として値すると結論した。